

Korrespondenz

“Kostenlose Mathematik-Nachhilfe”

5 ...In Bereichen wie Gesellschaft, Wirtschaft, Staat tragen Betrachtungen über logische Antinomien weder dazu bei, positiv Erkenntnisse zu gewinnen, noch aufgestellte Behauptungen zu widerlegen. Aus diesem Grunde und nur aus diesem Grunde sollte man sie sich verbitten. Das geht am besten so, daß man die Liebhaber dieser Art von erkenntnistheoretischen Vorbehalten bittet, doch wenigstens eine ökonomische oder ähnliche Aussage auszuspuken, die auf solchen Einwänden aufbaut. Da kommt nichts.

10 Insofern liegt man auch ganz richtig, wenn man feststellt, daß im vorherrschenden geisteswissenschaftlichen Treiben eine Tour geritten wird unter dem Namen Wissenschaftstheorie. Zu 100% beifallsfähig ist es auch, hellhörig zu werden, sobald einer mit den Antinomien aufwartet, und zu prüfen, wo hier Schindluder getrieben wird.

15 Entsetzlich peinlich jedoch wird es wenn Ihr wie in dem Hofstadter-Artikel (in MSZ Nr 12/ 1985. Rezension des Buches “Gödel, Escher, Bach”), statt Kritik zu betreiben, also zwischen Fug und Unfug zu unterscheiden, schlichtweg mit der Gegentour aufwartet. Die Gegentour besteht darin, nicht mehr zu prüfen, ob Nachdenken über selbstbezügliche Sätze was bringt, sondern von vornherein grundlos zu beschließen, daß selbstbezügliche Sätze vom Teufel sind, und damit bei der mathematischen Logik voll auf die Schnauze zu fliegen.

20 Das ist um so bedauerlicher, als der depperte Hofstadter nun nicht etwa den Satz von Gödel erläutert, sondern so tut, als würde es überall auf der Welt nur so von Selbstbezüglichkeiten wimmeln. Er tut so, als wäre annähernd überall was damit zu holen. Sein Fehler: Er weiß nicht, wo diese Antinomien was zu suchen haben und wo nicht.

25 Und Ihr macht genau denselben Fehler, nur mit umgekehrtem Vorzeichen. Ihr pustet mit einem herzhaften Atemzug diese Sätze überall weg.

Damit Ihr seht, was Ihr falsch gemacht habt, hier etwas kostenlose Mathematiknachhilfe. Also aufpassen und nicht schwätzen:

30 Nehmt zunächst zur Kenntnis, daß die Mathematik keineswegs ausschließlich und auch nicht hauptsächlich die Wissenschaft von den Zahlen, den Größen, dem Raum und den geometrischen Gebilden ist. Das war mal so, ist aber ein Weilchen her.

Die Objekte der Mathematik sind alle gedankliche Konstrukte, soweit man sich nur für deren Beziehungen untereinander interessiert, wobei diese Beziehungen selber nichts als gedankliche Konstrukte sind, sich also keineswegs grundsätzlich von den Objekten unterscheiden.

35 Damit Ihr kapiert, ein Beispiel aus der Geometrie. (Bei den eigentlich erhellenden Beispielen würde es komplizierter werden und am Ende würdet Ihr dann doch noch eine Rechnung von uns kriegen.) Eine Gerade im Sinne der Mathematik ist nicht etwa ein Bleistiftstrich, von dessen Dicke und Anfang und Ende man absieht, also keine Abstraktion der Wirklichkeit, sondern ein gedankliches Gebilde, das man statt Gerade auch irgendwie anders benennen könnte, z.B.

Krächpang oder schlichtweg g , und von dem man nur weiß, daß es einen Punkt enthalten kann oder nicht. Und ein Punkt ist kein geschrumpftes Häufchen Katzendreck, sondern ist ebenso ein Konstrukt, was auf einer Geraden liegen kann oder auch nicht. Und daß ein Punkt auf einer Geraden liegt, hat nichts (außer mit dem historischen Ursprung) mit dem anschaulichen Punkt-
5 liegt-auf-Gerade zu tun, sondern wird vollständig dadurch beschrieben, daß man in die Axiome hineinschreibt, welche Punkte auf welcher Geraden liegen. Und wen es freut, der darf sich durchaus unter Geraden schöne Damen und unter Punkten kleine Flöhe vorstellen und unter
,liegen auf' einen Wadenbiß des Flohs und sich so ausdrücken. Er muß nur aufpassen, daß die Wadenbeißerei sich genau so abspielt, wie in den Axiomen festgelegt.

10 Die Mathematik zerfällt nun in mathematische Theorien, von denen einige auch dem akademischen Normalmenschen wenigstens dem Namen nach bekannt sind: Zahlentheorie, Geometrie, Algebra, Topologie usw.

In jeder dieser Theorien legt man erst fest, was die Objekte und ihre Beziehungen untereinander sind. Das findet sich in den Definitionen und Axiomen. Und dann gibt's noch Schlußregeln, die
15 einem erlauben, aus Axiomen Sätze zu folgern und aus denen weitere Sätze und so fort. Und eine solche Kette von Schlußfolgerungen heißt Beweis.

Eine mathematisch wahre Aussage ist nichts anderes als eine bewiesene Aussage.

Mathematik ist somit ganz was anderes als Naturwissenschaft, auch wenn der Physikfünfer meist mit dem Mathesechser einherkommt. In der Naturwissenschaft kann nämlich die schönste Theorie
20 schnell am Arsch sein, wenn irgendein verfluchtes Experiment ein karriereknickerzeugendes, unerwünschtes Ergebnis zeitigt. In der Mathematik wird nur gedacht, und die Wirklichkeit kommt überhaupt nicht vor. Wieso Mathematik überhaupt in der Wirklichkeit anwendbar ist, ist eine andere Frage und würde jetzt zu weit führen.

Der Unterschied zwischen Mathematik und sonstiger Geistes- und Sozialwissenschaft liegt unter
25 anderem darin, daß in der Mathematik alle Aussagen aus den Axiomen herkommen müssen. Wenn man sich jedoch z.B. über den Staat unterhält, dann kann man eben nicht an den Anfang ein paar Sätze knallen, denen dann alle zustimmen, und dann geht's los. Sondern entweder stimmen die zu und halten sich später nicht daran, oder, was aufs selbe herauskommt, sie stimmen gleich nicht zu, und der zur Mathematik analoge Versuch, so eine Art Politikaxiome aufzustellen, ist dann bereits
30 der eigentliche Disput.

...

Somit sind noch einige kurze Bemerkungen zur Mathematik fällig. Wir wissen, daß man ganz gut
Bedenklichkeiten gegen die Klassengesellschaft vortragen kann und dabei kein Wort über
35 Mathematik verlieren muß. Da Ihr aber, wohl in Art eines Konkurrenzmagazins zu ,Spiegel' und so, nichts auslaßt,... müssen wir Euch leider ganz umstandslos bitten, folgende ungeliebte Wahrheit zur Kenntnis zu nehmen:

Die Mathematik ist die einzige Geisteswissenschaft, die bereits unter Bedingungen eines blühenden Kapitalismus hinten und vorne richtig ist. (Wem sie nützt, müssen wir Euch nicht mitteilen.)

A.K., Augsburg

Antwort der MSZ-Redaktion

Leider wieder nur wissenschaftstheoretischer Senf

5 Auch wenn es dem Briefschreiber eine Herzensangelegenheit ist: Die Frage, ob er mehr von
Mathematik versteht als wir, läßt uns völlig kalt. Wir kämpfen nicht einmal für eine gediegene
mathematische Bildung, sondern bloß gegen wissenschaftstheoretische Täuschungen übers
Denken, die sich allerdings gerne auf die Mathematik - genauer: auf eine einfältige Bewunderung
10 ihrer "Exaktheit" - berufen. Für solche Täuschungen wirbt auch der Briefautor; daher hier noch
einmal einige Klarstellungen

1.

Von der Frage, "wo diese Antinomien was zu suchen haben und wo nicht" - die angeblichen
Widersprüche nämlich, in die das Denken sich notwendigerweise verfangen soll, wenn es gewisse
,Aussagen' auf sich selbst anwendet und beherzigt -, halten wir überhaupt nichts. Wer sich dieser
15 Frage widmet, also unterstellt, daß diese Antinomien schon irgendwo am Platz wären, der hat
genau das skeptische Programm vor, von dem sich schaudernd abzuwenden der Briefschreiber
vorgibt. Der will nämlich nach *Belegen* dafür suchen, daß sich das Denken doch irgendwo mit
Notwendigkeit in seiner eigenen *Unzulänglichkeit* verfängt. Und wer ist wohl auf solche Belege
scharf?

20 2.

Natürlich geht Mathematik nicht so, daß einer von einem "Häufchen Katzendreck" die Katze, den
Dreck und den Geruch wegläßt und dann einen geometrischen Gegenstand in all seinen
Bestimmungen auf dem Teppich liegen sieht. Wenn man wissen will, was Punkt, Gerade etc. sind,
muß man schon über sie selber nachdenken. Aber wenn dem so ist, darf man sich auch nicht
25 umgekehrt "unter Geraden schöne Damen und unter Punkten kleine Flöhe vorstellen". Denn die
sind eben keine Geraden und Punkte (und erlauben im Unterschied zu zweckmäßigen
Bleistiftzeichnungen noch nicht einmal die Anwendung geometrischer Einsichten). Sich die
"schönen Damen" dann aber so vorzustellen "wie in den Axiomen festgelegt", ist ein Ding der
Unmöglichkeit.

30 Die Unterscheidung, an der der Briefschreiber hier so unglücklich herumlaboriert, ist die
zwischen einem *Vorstellungsbild* und einer abstrakten Vorstellung, wie jedermann sie hat, wenn er
über "eine Katze", "das Skifahren" oder auch "den Punkt" redet. Abstrakte Vorstellungen haben
nicht eine bestimmte Erinnerung, sondern die allgemeinen Bestimmungen eines Gegenstandes -
nicht dessen Begriff zum Inhalt. Auch Leute, die sich in der Geometrie nicht weiter auskennen,
35 wissen in dieser Weise "Punkt" und "Gerade" von Phantasiebildern, sogar von Bleistiftzeichnungen
als solchen und von Sommersprossen, zu unterscheiden, kennen also die Gegenstände, deren
Gesetzmäßigkeit die Mathematik erklärt.

3.

40 Aufs Tapet gebracht wird dieses absurde "Vorstellungsproblem" - ebenso wie die alberne
Benennungsfrage ("Krachpeng") -, um für eine der zentralen Dummheiten zeitgenössischer

Wissenschaftsauffassung zu werben: *In der Mathematik darf man denken, was man will; aber man muß sich ganz genau daran halten.* Aus dem prallen Leben der Mathematik ist dieses "Axiom" nicht gegriffen - auch wenn der Autor einige Techniken der Angeberei bemüht, um seine Einwände (die nicht ein einziges mathematisches Argument enthalten) so aussehen zu lassen. Es entstammt dem wissenschaftstheoretischen Fehler, Wissenschaften getrennt von ihrem Inhalt als "System von Sätzen" wüirdigen zu wollen. Statt ihre Urteile und Schlüsse nachzuvollziehen - bzw. zu kritisieren -, begutachten Wissenschaftsphilosophen die Werke der Wissenschaft nach der jeweiligen Sache äußerlichen Kriterien, die sie für solche logischer Formvollendetheit halten, insbesondere dem der "Exaktheit" - einer Eigenschaft, die richtigem (und auch falschem) Denken nicht mehr zukommt als einem Schweizer Uhrwerk oder dem Lehrbuch des Herrn Knigge, weil sie nämlich gar nichts anderes ausdrückt als ein dämliches Kompliment des Betrachters. In diesem Sinn erkennen Wissenschaftstheoretiker der Mathematik den zweifelhaften Ehrenpreis zu, die Wissenschaft schlechthin zu sein, ausgerechnet weil sie ihre Axiome und sogar ihre Kriterien für zulässige Folgerungen selbst mitbringen würde - also weil sie von vornherein gar kein Wissen über etwas wäre, sondern ein begriffsloses Spiel nach den fürchterlich strengen Regeln der "Aussagenlogik", die selbst wieder eine Konstruktion darstelle. In der Wirklichkeit - die in der Mathematik durchaus vorkommt, auch wenn der Briefautor sie dort nicht essen kann - ist ein mathematischer Beweis aber immer noch etwas anderes als ein schlechtes Bach-Konzert.

4.

Des Autors Freude über "die einzige Geisteswissenschaft, die bereits unter den Bedingungen eines blühenden Kapitalismus hinten und vorn richtig ist", beruht also nicht einmal auf einem richtigen Urteil über die Mathematik. Es ist schon seltsam, wenn der gar nicht übermäßig tiefgründige Bescheid, in dieser Wissenschaft ginge es um Quantität und ihre Gesetzmäßigkeiten, so forsch zurückgewiesen wird mit dem Argument, einen Gegenstand habe die Mathematik nie und nimmer. Berufen kann sich diese Schlaumeierei leider nur auf eine erkenntnistheoretische Veranstaltung namens *Meta-Mathematik*, deren Leistungen dem mathematischen Wissen nichts hinzugefügt haben; das ist bei einem Denksport, der einer existenten Wissenschaft eine außerhalb ihrer liegende Begründung und Rechtfertigung zurecht konstruieren will, auch gar nicht zu erwarten.

Ebenso wenig taugt der Vorwurf an die "anderen" Geisteswissenschaften, entweder könnten sie sich nicht darauf einigen, an was sie sich halten wollen, oder sie wollten sich nicht an das halten, worauf sie sich geeinigt haben. Leider ist es eher so, daß all die Psycho-, Polito-, Sozio- etc. -logen dem "mathematischen" Ideal wissenschaftlicher Vorgehensweise nur allzu gut *entsprechen*, auch wenn sie ihre Sachen nicht unbedingt, manchmal aber schon, explizit in Definitionen, Axiome und Schlußfolgerungen untergliedern: Sie bringen als Vorurteil schon alles mit, was sie an ihren Gegenständen zur Sprache bringen wollen. Und genau darin faßt sich die Verkehrtheit der modernen Geisteswissenschaften zusammen: Es sind Weltanschauungen, die ihre Botschaften und Deutungen mit dem Gütesiegel der Denk- oder sogar *Ableitbarkeit*, mit dem Schein von Notwendigkeit und Begründetheit, ausstatten wollen. Am "Durcheinander" und der Uneinigkeit in den Geisteswissenschaften stoßen die naserümpfenden Wissenschaftstheoretiker nur auf die Folgen der Beherzigung ihrer Grundsätze und Exaktheitsideale: Gerade wenn es darum gehen soll, sich per definitionem etc. erst zurechtzulegen, was und wie man denken soll, dann ist Streit darüber angesagt, wie der originellste Gesichtspunkt und das modernste Verfahren vonstatten

gingen; und es ist überaus passend, wenn man sich später nicht mehr so genau an seine Ausgangsvorstellungen halten will.